# תורת הקבוצות, תרגיל 1

1. הוכח או הפרך את הטענות הבאות: לכל הקבוצות $A,B,C$ קיים:
   א. $A\cup B=B\cap C$ אםם $A\subseteq B\subseteq C$.
   ב. $(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$.
   ג. אם $A\in B$ וגם $B\in C$ אז $A\in C$.
   ד. אם $A\subseteq B$ וגם $B\in C$ אז $A\in C$.
   ה. $A\cup(B\triangle C)=(A\cap B)\triangle(A\cap C)$.

2. לקבוצה $\{B\mid B\subseteq A\}$, שהיא קבוצת תתי-הקבוצות של הקבוצה $A$ אנו קוראים **קבוצת החזקה** של $A$ ונסמן אותה ב- $\mathbf{P}(A)$ . הוכח כי לכל הקבוצות $A,B$ קיים:
   א. $\mathbf{P}(A\cap B)=\mathbf{P}(A)\cap\mathbf{P}(B)$.
   ב. $\mathbf{P}(A)\cup\mathbf{P}(B)\subseteq\mathbf{P}(A\cup B)$. מצא תנאי הכרחי ומספיק לשיוויון.
   ג. תהי $\{x\}\in A$; האם $\{x\}\in\mathbf{P}(A)$?

3. נקרא לקבוצה $A$ **טרנזיטיבית** אם לכל $x\in A$, $y\in x$ מתקיים $y\in A$.
   א. הוכח, כי קבוצה $A$ היא טרנזיטיבית אם ורק אם כל איבר של $A$ הוא תת-קבוצה של $A$, כלומר, לכל $x$ קיים $x\in A\Rightarrow x\subseteq A$.
   ב. תן דוגמא לקבוצה טרנזיטיבית ולקבוצה שאינה טרנזיטיבית. (רמז: השתמש ב-$\{\emptyset\}$).
   ג. הוכח שקבוצה $A$ היא טרנזיטיבית אםם $A\subseteq\mathbf{P}(A)$.
   ד. הוכח שאם $A$ טרנזיטיבית אז $\mathbf{P}(A)$ טרנזיטיבית.
   ה. הוכח שאם $A$ טרנזיטיבית אז $A\cup\{A\}$ טרנזיטיבית.

תאריך ההגשה: 2.3.2005